

dr inż. Marcin Rudzki<sup>1</sup>, dr inż. Monika Bugdol<sup>1</sup>, dr inż. Tomasz Ponikiewski<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Politechnika Śląska, Wydział Inżynierii Biomedycznej, Katedra Informatyki i Aparatury Medycznej

<sup>2</sup> Politechnika Śląska, Wydział Budownictwa, Katedra Inżynierii Materiałów i Procesów Budowlanych

## Określanie położenia zbrojenia rozproszonego w belkach z BSZ przy użyciu tomografii komputerowej oraz metod analizy obrazów

## Determination of steel fibers orientation in SCC using computed tomography and digital image analysis methods

### 1. Wprowadzenie

Zbrojenie rozproszone staje się coraz częściej wykorzystywane w konstrukcjach betonowych ze względu na łatwość formowania elementów z zachowaniem mechanicznych właściwości tradycyjnego betonu zbrojonego. Właściwości mechaniczne silnie zależą od przestrzennego położenia i kierunków włókien (1-3). Z tego powodu prowadzone są badania nad określaniem zależności między sposobem formowania, ułożeniem włókien a właściwościami mechanicznymi konstrukcji (4-7).

W literaturze zaproponowano kilka metod określania ułożenia włókien w belkach betonowych (8). Stosowano zmiennoprądową spektroskopię indukcyjną w celu określenia średniego ułożenia (9). Metoda ta okazała się możliwa do użycia na skalę przemysłową, a do jej weryfikacji wykorzystano analizę zdjęć poprzecznych zglądów (przekrojów). Na podstawie powierzchni poprzecznej włókna wyliczano jego ułożenie. Podobny sposób wykorzystujący analizę obrazów wykorzystano w (10), gdzie również wymagane było cięcie belek, a na podstawie powierzchni poprzecznej cięcia włókien określano ich kierunek. Takie metody nie mogą zostać wykorzystane do określania ułożenia włókien w całym elemencie betonowych ze względu na znaczny nakład pracy związany z cięciem, polerowaniem próbek. Ponadto otrzymuje się wyniki miejscowe. W (11) stworzono metodę określania położenia porów powietrznych za pomocą tomografii oraz analizy obrazów za pomocą dostępnego

### 1. Introduction

Steel fiber reinforced concrete (SFRC) becomes more and more popular due to simplicity of casting concrete elements while preserving mechanical properties of typical steel reinforced concrete. However, mechanical properties strongly depend on the position and orientation of the fibers within the solid matrix (1-3). For this reason there is an ongoing research aiming in finding the relationship between methods of casting, fibers orientation and the resulting mechanical properties of concrete (4-7).

Several methods for evaluation of fibers orientation within concrete beams were presented in the literature (8). N. Ozyurt et al. (9) used AC inductive spectroscopy to determine the overall fibers orientation. Was proved that AC inductive spectroscopy can be applicable in industrial scale for overall fiber orientation evaluation.

The method was verified with image processing approach, where the beam was cut into several pieces and cross-section area of the fibers was used to determine their orientation. Similar image processing approach is described by Martinie and Roussel (10), which also requires of cutting the specimen, then according to cross-section area of the fibers, calculation of their orientation could be performed. Such method cannot be applied for orientation evaluation in large scale objects due to its labor and time requirements. Promentilla et al. (11) developed an approach utilizing 3D

oprogramowania ogólnego przeznaczenia. Zaprezentowana tam metoda nie jest w pełni automatyczna.

Podobne podejście można zastosować do wyznaczania ułożenia przestrzennego włókien stalowych, dodatkowo automatyzując cały proces przetwarzania obrazów.

W niniejszym artykule zaprezentowana jest automatyczna metoda analizy obrazów tomograficznych belek betonowych ze zbrojeniem rozproszonym w celu określenia położenia i kierunków włókien stalowych w przestrzeni 3D. W kolejnej sekcji opisano materiały, sekcja 3 przedstawia algorytm przetwarzania obrazów oraz analizę statystyczną uzyskanych wyników. Artykuł zakończony jest wnioskami w sekcji 4.

## 2. Materiały

Zaformowano sześć belek betonowych ze zbrojeniem rozproszonym o wymiarach 150, 150, 600 mm z następujących składników:

- cementu CEM I (6,86 kg),
- piasku (11,3 kg),
- wody (2,81 kg),
- superplastyfikatora Glenium SKY592 (240,1 g),
- stabilizatora RheoMATRIX (27,45 g),

z zawartością włókien stalowych Krampe Harex SW35 oraz SW50 o udziale objętościowym: 0,51%, (560 g), 1,02% (1120 g), 1,53% (1680 g). Po stwardnieniu belki poddano skanowaniu tomografem komputerowym GE Medical Systems Discovery 690. W wyniku otrzymano obrazy o rozdzielczości przestrzennej 0:47;0:47;0:4 mm i rozmiarze 512;512;1600 wokseli. Wartość intensywności każdego woksela obrazu jest wyrażona w jednostkach Hounsfielda, określających stopień pochłaniania promieniowania rentgenowskiego.

## 3. Metody

Analiza i przetwarzanie obrazów tomograficznych została wykonana za pomocą autorskiego oprogramowania wykorzystującego The Insight Toolkit (ITK) [12] - otwartą bibliotekę C++ do przetwarzania obrazów medycznych. Analiza statystyczna danych wykonana została za pomocą oprogramowania STATISTICA oraz MATLAB.

### 3.1. Analiza obrazów

Niech  $I_0$  oznacza obraz wolumetryczny w skali szarości uzyskany w trakcie skanowania tomografem komputerowym. Pierwszy etap przetwarzania to uzyskanie informacji o regionie zainteresowania - objętości belki betonowej. Etap ten jest wymagany aby ograniczyć zakres przestrzenny kolejnych etapów przetwarzania, a tym samym zmniejszyć wymagania pamięciowe i czasowe analizy obrazu.

Określanie regionu belki składa się z poniższych kroków:

1. wstępna binaryzacja obrazu  $I_0$  na poziomie 500 HU,
2. etykietowanie spójnych obiektów z użyciem 26-sąsiedztwa,

X-ray image analysis for air bubbles in concrete samples using freely available image processing software. Their approach lacks automation and is directed only towards pores classification from 3D microtomographic images. Their approach can be quite easily adopted to steel fibers evaluation.

This paper presents a method for 3D image processing based determination of fibers orientation inside steel fiber reinforced concrete beams. The paper is organized as follows: the next section briefly highlights the used materials, in section 3 image processing and proposed data analysis are described. The paper ends with conclusions in the last section.

## 2. Materials

Six steel fiber reinforced concrete beams of size 150; 150; 600 mm were cast from CEM I 6.86 kg, sand 11.3 kg, water 2.81kg, superplasticizer Glenium SKY592 240.1 g, stabilizer RheoMATRIX 27.45 g and contained steel fibers Krampe Harex SW35 or SW50 with volumetric concentrations: 0.51% (560 g), 1.02% (1120 g), 1.53% (1680 g). After hardening the beams were subjected to Computed Tomography (CT) scan using GE Medical Systems Discovery 690 scanner. Acquired image spatial resolution was 0.47;0.47;0.4 mm and size 512; 512; 1600 voxels. The intensity value of each image voxel is expressed in Hounsfield Units (HU) defining the extent of X-rays absorption.

## 3. Methods

Image processing was implemented using open-source medical image processing C++ libraries The Insight Toolkit (ITK) (12). Statistical data analysis was performed using STATISTICA and MATLAB software.

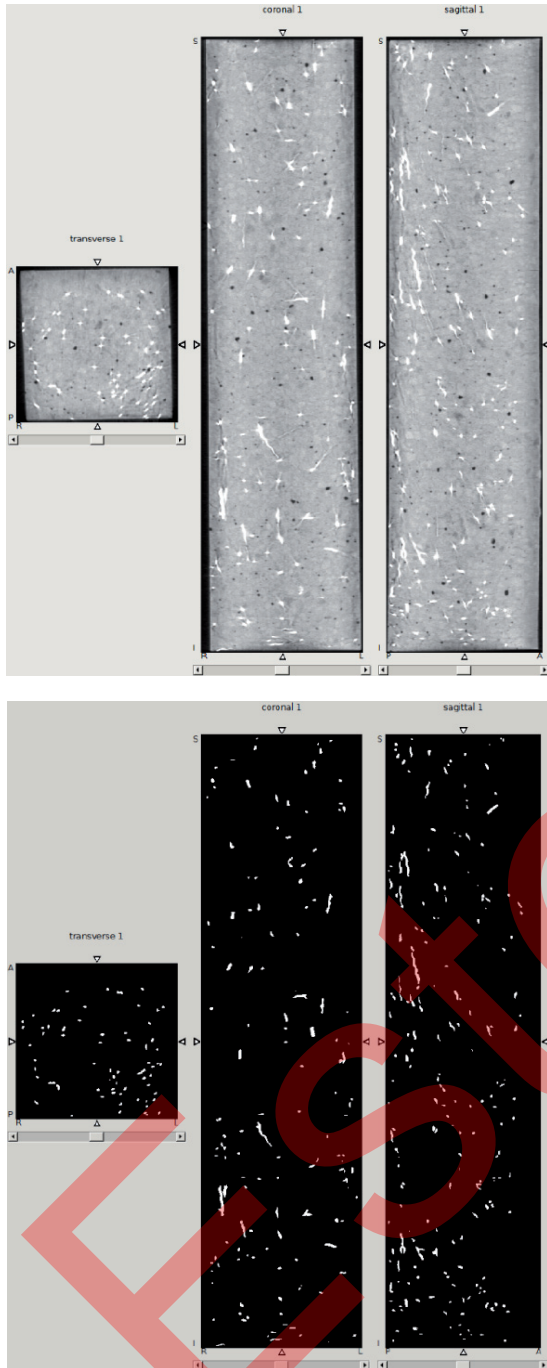
### 3.1. Image processing

Let  $I_0$  denote the acquired volumetric CT intensity image. First stage of the image processing was responsible for automatic determination of the volume of interest (VOI) in order to perform subsequent analyses only on the concrete beam and consists of the following:

1. initial binarization above 500 Hounsfield Units (HU),
2. binary image labeling,
3. selection of the largest object,
4. VOI coordinates retrieval from the smallest rectangular cuboid circumscribed over the object selected in step 3.

Further processing was performed only within the VOI [done by image cropping, Fig. 1(a)] and consisted of the following steps:

1. image framing  $I_0$  to beam area,
2. binarization of the image  $I_0$  above 3000HU,
3. binary median filtering,
4. separation of objects similar to (11),
5. binary image labeling with rejection of objects smaller than 100 mm<sup>3</sup> and larger than 300 mm<sup>3</sup>,



Rys.1. Przekroje obrazu wolumetrycznego belki betonowej ze zbrojeniem rozproszonym: a) obraz po kadrowaniu do regionu belki, b) obraz po segmentacji włókien

Fig. 1. Cross sections of an exemplary beam: (a) image after VOI selection, (b) after steel fibers segmentation

3. wybór obiektu o największej objętości,
4. otrzymanie współrzędnych prostopadłościanu o ścianach równoległych do siatki obrazu opisanego na obiekcie otrzymanym w etapie 3.

Kolejne etapy przetwarzania wykonywane są wewnątrz regionu belki, rysunek 1(a), mianowicie:

1. kadrowanie obrazu  $I_0$  do regionu belki,
2. binaryzacja z progiem górnym o wartości 3000 HU,

6. for each object within the label image its geometrical center and orientation was found.

Orientation was defined with the eigenvector corresponding to the smallest eigenvalue of the object's rotation matrix.

Fibers segmentation results are shown in Figure 1(b).

### 3.2 Statistical analysis

For each fiber in the analyzed beam the data retrieved during the image analysis was as follows:

- label defining each fiber,
- coordinates of the fiber center in 3D,
- eigenvector of the fibers's rotation matrix corresponding to the smallest eigenvalue,
- volume of the fiber.

Having the above mentioned values, spherical histograms can be generated following the presented steps. The total number of fibers is labeled with  $n$ .

1. For each fiber obtained vector  $v_k$  is parallel to its main axis

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad v_k = (v_{k,1}, v_{k,2}, v_{k,3})$$

2. For each fiber vector  $v_k$  assigned to the fiber, should be provided using spherical coordinates

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad v_k = (\varphi_k, \theta_k, r_k)$$

3. For each vector parallel to a fiber  $v_k$  a new vector  $\omega_k$  is assigned, whose two first coordinates are angles  $\varphi_k$  and  $\theta_k$  its third coordinate equals 1

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad \omega_k = (\omega_{k,1}, \omega_{k,2}, \omega_{k,3}) = (\varphi_k, \theta_k, 1)$$

4. Let  $c$  be the number of groups to which each angle parameter is divided. The value of  $c$  should be a divisor of 180 ( $c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180\}$ ) and it is set for both  $\varphi$  and  $\theta$ . This gives a total number of  $c^2$  groups of equal width intervals for these angles.

5. Let  $n_{i,j}$  be the number of vectors  $\omega_i$  that belong to the  $i$ -th group in terms of angle  $\varphi$  and in the  $j$ -th group in terms of angle  $\theta$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, c\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, c\}, n_{i,j} = \sum_{k=1}^n \chi S_{i,j}(\omega_k)$$

where  $\chi$  is the characteristic function defined as

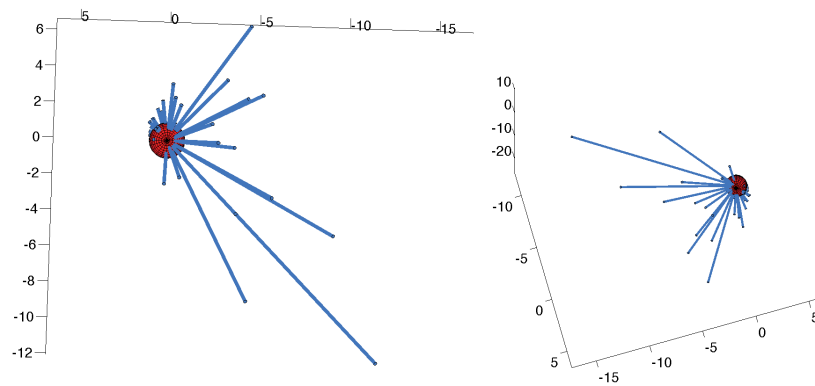
$$\chi S_{i,j}(\omega_k) = \begin{cases} 1, & \omega_k \in S_{i,j} \\ 0, & \omega_k \notin S_{i,j} \end{cases}$$

where the set  $S_{i,j}$  is defined as follows

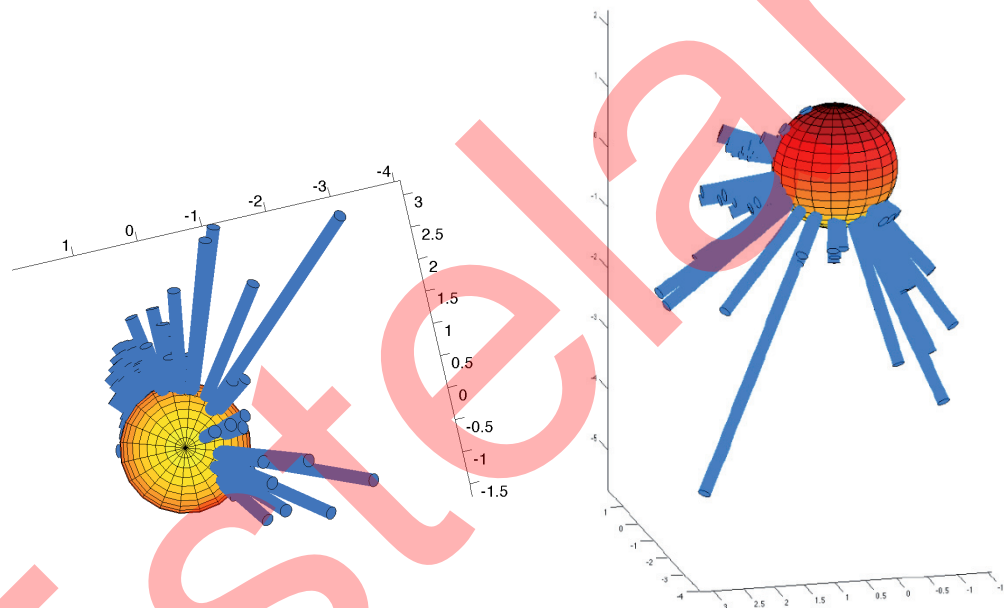
$$\forall i \in \{1, 2, \dots, c\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, c\}$$

$$S_{i,j} = \left\{ (\varphi, \theta) : \frac{180}{c} \cdot (i-1) \leq \varphi < \frac{180}{c} \cdot i \quad \wedge \quad \frac{180}{c} \cdot (j-1) \leq \theta < \frac{180}{c} \cdot j \right\}$$

6. Spherical histogram consists of a sphere, serving as a reference object, and up to  $c^2$  cylinders, whose main axes of symmetry are



(a)



(b)

Rys. 2. Przykładowe histogramy sferyczne dla (a)  $c = 10$  (2 rzuty), (b)  $c = 30$  (2 rzuty)

Fig. 2. Exemplary spherical histograms for (a)  $c = 10$  (2 views), (b)  $c = 30$  (2 views)

3. binarna filtracja medianowa,
4. podział krzyżujących się włókien jak w (11),
5. etykietowanie spójnych obiektów oraz odrzucenie obiektów o objętości mniejszej niż  $100 \text{ mm}^3$  lub większej niż  $300 \text{ mm}^3$ ,
6. dla każdego obiektu oznaczonego w p. 5 określone są jego parametry geometryczne: środek oraz ułożenie przestrzenne (kierunek). Kierunek zdefiniowano jako wektor własny macierzy rotacji odpowiadający najmniejszej wartości własnej.

Wyniki segmentacji włókien pokazano na rysunku 1(b).

### 3.2. Analiza statystyczna

Dla każdego włókna w analizowanej belce otrzymano w wyniku przetwarzania obrazów następujące dane:

- etykietę identyfikującą każde włókno,
- współrzędne środka włókna w przestrzeni trójwymiarowej,

parallel to vectors that are representatives of each class and whose heights equal appropriate  $n_{ij}$  values. Two first spherical coordinates of the class representatives should be calculated using the formula

$$\varphi = \frac{180}{c} \cdot \left(i - \frac{1}{2}\right), \theta = \frac{180}{c} \cdot \left(j - \frac{1}{2}\right).$$

Spherical histograms enable visual assessment of the typical fiber orientation in a beam. Histograms shown in Fig. 2(a) and Fig. 2(b) include fiber orientation of the whole beam, but through appropriate narrowing the data range the orientation of fibers in different parts of the beam can be analyzed and compared with each other.

Since the fiber orientation in the beam is one of the most important parameters that determine the beam strength, angle values should be studied, as that are the angles between the beam main axis and a particular  $k$ -th fiber.

- wektor własny macierzy obrotu włókna, odpowiadający najmniejszej wartości własnej,
- objętość włókna.

Na podstawie powyższych wartości, według poniżej opisanych kroków, powstały histogramy sferyczne. Łączna liczba włókien oznaczona została symbolem  $n$ .

1. Dla każdego włókna wyznaczono wektor  $v_k$  równoległy do jego osi głównej

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad v_k = (v_{k,1}, v_{k,2}, v_{k,3})$$

2. Dla każdego włókna jego wektor  $v_k$  przedstawiony został za pomocą współrzędnych sferycznych.

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad v_k = (\varphi_k, \theta_k, r_k)$$

3. Dla każdego wektora  $v_k$  równoległego do włókna, wyznaczono wektor  $\omega_k$  którego dwie pierwsze współrzędne to kąty  $\varphi_k$  oraz  $\theta_k$  a jego trzecia współrzędna to 1

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad \omega_k = (\omega_{k,1}, \omega_{k,2}, \omega_{k,3}) = (\varphi_k, \theta_k, 1)$$

4. Niech  $c$  oznacza liczbę grup, na którą podzielony jest każdy z kątów  $\varphi$  oraz  $\theta$ . Liczba  $c$  powinna być dzielnikiem liczby 180 ( $c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180\}$ ), taka sama dla  $i$  i  $j$ . W wyniku takiego podziału otrzymuje się łączną liczbę  $c^2$  grup o równej szerokości przedziałów dla obu kątów.

5. Niech  $n_{i,j}$  oznacza liczbę wektorów  $\omega_i$  należących do  $i$ -tej grupy kąta  $\varphi$  oraz do  $j$ -tej grupy kąta

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, c\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, c\}, n_{i,j} = \sum_{k=1}^n \chi S_{i,j}(\omega_k)$$

gdzie  $\chi$  jest funkcją charakterystyczną, zdefiniowaną jako

$$\chi S_{i,j}(\omega_k) = \begin{cases} 1, & \omega_k \in S_{i,j} \\ 0, & \omega_k \notin S_{i,j} \end{cases}$$

gdzie zbiór  $S_{i,j}$  jest zdefiniowany jako

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, c\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, c\}$$

$$S_{i,j} = \left\{ (\varphi, \theta) : \frac{180}{c} \cdot (i-1) \leq \varphi < \frac{180}{c} \cdot i \quad \wedge \quad \frac{180}{c} \cdot (j-1) \leq \theta < \frac{180}{c} \cdot j \right\}$$

6. Histogramy sferyczne składają się ze sfery odniesienia oraz do  $c^2$  walców, których główne osie symetrii są równoległe do wektorów, reprezentujących każdą grupę i których wysokość jest równa odpowiednim wartościom  $n_{i,j}$ . Dwie pierwsze współrzędne sferyczne reprezentantów grup powinny być obliczane według wzoru

$$\varphi = \frac{180}{c} \cdot \left(i - \frac{1}{2}\right), \theta = \frac{180}{c} \cdot \left(j - \frac{1}{2}\right).$$

Histogramy sferyczne umożliwiają wizualną ocenę ułożenia włókien w belce. Histogramy zaprezentowane na rysunkach 2 (a) oraz 2 (b) zawierają dane o orientacji wszystkich włókien w belce, jednak przy odpowiednim ograniczeniu danych można analizować i porównywać ułożenie włókien w poszczególnych częściach belki.

First, the mean and the standard deviation  $\sigma$  should be calculated. Relying on the three sigma rule it can be considered, that the inclination angle of approximately 2/3 of the fibers from the beam main axis will be between  $\bar{x} - \sigma$  and  $\bar{x} + \sigma$ .

Using the Pearson's chi-squared test a distribution can be fitted to the two dimensional histogram of angles. The null hypothesis states that the analyzed parameter has a particular distribution, whereas the alternative hypothesis claims the opposite. The higher the value of the parameter  $p$ , the better the distribution fits the analyzed data, since  $p$  denotes the probability of a type I error (the probability that rejecting the null hypothesis would be incorrect) (13).

Five distributions were fitted to the histograms of [Fig. 3(a)-3(e)]:

- normal,
- exponential,
- gamma,
- lognormal,
- chi-squared.

A good fit was obtained for the gamma distribution [Fig. 3(c)], however, the best fitted distribution is the exponential one [Fig. 3(b)].

Another useful statistical tool is the Welch's t-test, which is an adaptation of Student's t-test intended for use with two samples having possibly unequal variances. It can be used to verify the hypothesis, that the fiber orientation does not depend on their position in the beam (upper/lower part or beam end/center).

The null hypothesis states that the mean angles are equal for various beam parts and the alternative hypothesis is that they are different.

Our preliminary examinations resulted in the conclusion that fibers in the upper part of the beam have a greater tendency to parallel orientation to the beam axis and those in the lower part are characterized by a larger orientation variety. On the other hand according to the test results, the average angle does not depend on the beam part in terms of its end or center.

Due to the exponential nature of the angle between the fibers and the axis of the beam, the hypothesis that this angle is nearly 0, might be tested using a one-sample t-test. The preliminary studies showed that this angle is significantly different from zero. Therefore it cannot be assumed that the fibers are arranged parallel to the axis of the beam, although the observation of the 3D graphs and further analysis showed that they have this tendency. Thus it should be concluded that the arrangement of fibers in 3D space creates an object that resembles more a cone than a cylinder.

## 4. Conclusions

An image analysis method for automatic segmentation and evaluation of steel fibers was presented. For qualitative assessment of

Ponieważ orientacja włókien w belce jest jednym z ważnych parametrów, wpływających na wytrzymałość belki, należy zbadać rozkład kątów zawartych pomiędzy osią główną belki, a danym k-tym włóknem.

Najpierw należy obliczyć średnią oraz odchylenie standardowe  $\sigma$ . W oparciu o regułę 3 sigm można uznać, że kąt nachylenia 2/3 włókien do osi głównej belki jest pomiędzy  $\bar{x} - \sigma$  i  $\bar{x} + \sigma$ .

Przy użyciu testu chi-kwadrat Pearsona można wyznaczyć dopasowanie rozkładu do dwuwymiarowego histogramu kąta. Hipoteza zerowa głosi, że badany parametr ma pewien konkretny, sprawdzalny rozkład, podczas gdy hipoteza alternatywna zawiera negację tego stwierdzenia. Im wyższa jest wartość parametru  $p$ , oznacza prawdopodobieństwo popelnienia błędu I rodzaju (prawdopodobieństwo odrzucenia poprawnej hipotezy zerowej) (13).

Sprawdzono dopasowanie pięciu rozkładów do histogramów kąta [rysunki 3(a)-3(e)]:

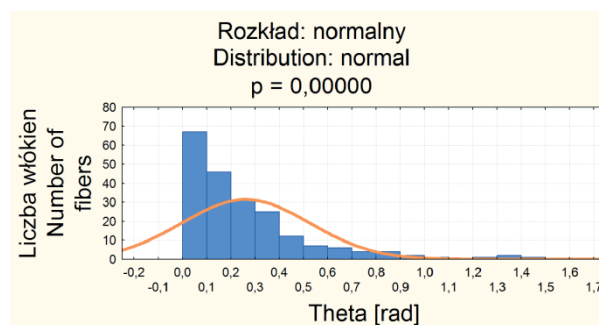
- normalny,
- wykładniczy,
- gamma,
- lognormalny,
- chi-kwadrat.

Dobrze dopasowany okazał się rozkład gamma [Fig. 3(c)] jednak najlepszym dopasowaniem cechował się rozkład wykładniczy [Fig. 3(b)].

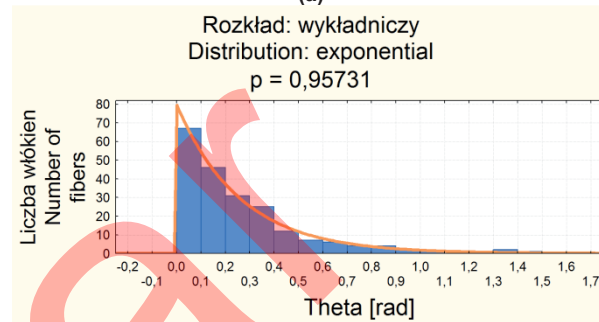
Kolejnym wykorzystywanym do analizy położenia włókien narzędziem statystycznym jest test Welcha, który jest adaptacją testu t-Studenta dla próbek pochodzących z dwóch grup, których wariancje nie muszą być równe. Test ten został wykorzystany do sprawdzenia, czy orientacja włókien zależy od ich umiejscowienia w belce (górną/dolną połowę lub koniec/środek belki). Hipoteza główna głosi, że średnie kąty  $\theta$  są takie same w różnych częściach belki, natomiast według hipotezy alternatywnej różnią się one od siebie w statystycznie znaczącym stopniu.

Wstępne badania wykazały, że włókna w górnej części belki mają tendencję do układania się bardziej równolegle do osi głównej belki niż te z dolnej połowy, cechujące się większym zróżnicowaniem ułożenia w przestrzeni. Ponadto testy dowiodły, że średni kąt  $\theta$  nie zależy od tego, czy analizowane są włókna w centralnej części belki, czy też na jej końcach.

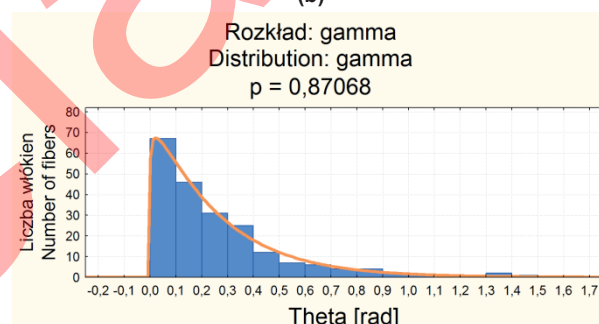
Hipoteza, że przeciętny kąt pomiędzy włóknami i osią główną belki ten może być przyrównany 0 była sprawdzana przy użyciu test t dla pojedynczej próby. Badania wykazały, że kąt ten jest istotnie różny od zera, dlatego też nie można przyjąć, że włókna ułożone są równolegle do osi belki, pomimo, że tendencja taka została zaobserwowana. Gdyby zatem wszystkie włókna przesunąć w przestrzeni tak, by ich początki zaczepione były w tym samym punkcie, tworzyłyby figurę przypominającą bardziej stożek niż walec.



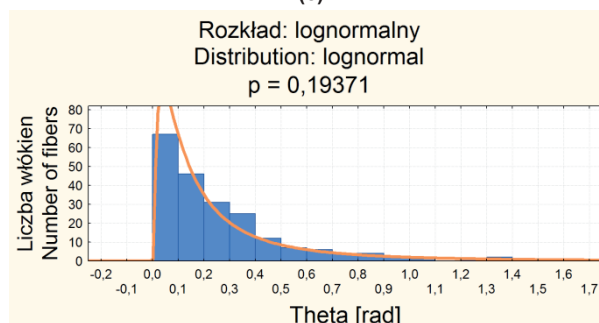
(a)



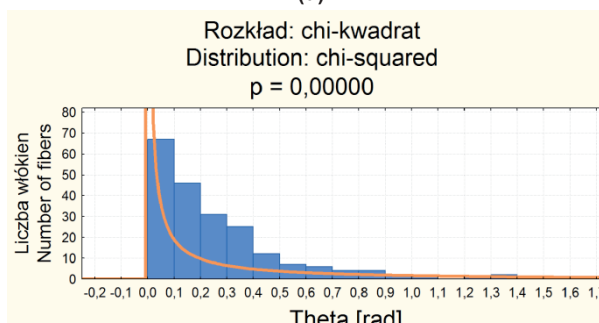
(b)



(c)



(d)



(e)

Rys. 3. Dopasowywane rozkłady: (a) normalny, (b) wykładniczy, (c) gamma, (d) log-normalny, (e) chi-kwadrat

Fig. 3. Tested distributions: (a) normal, (b) exponential, (c) gamma, (d) log-normal, (e) chi-squared

## 4. Wnioski

W artykule przedstawiono metodę analizy obrazu dla automatycznej segmentacji i oceny włókien stalowych. Zaproponowano histogram 4D dla jakościowej oceny typowej orientacji włókien. Wstępna analiza ilościowa wykazała, że orientacja włókien wzdłuż osi belki charakteryzuje się rozkładem wykładniczym.

Głównym przedmiotem dalszych badań są typowe modele statystyczne, które łączą metodę formowania, pozycję włókien i porów oraz ukierunkowanie z właściwościami mechanicznymi belki. Na wstępnym etapie musi zostać opracowane oprogramowanie do automatycznego przetwarzania obrazu włókien i porów powietrza, określające ich pozycję w przestrzeni matrycy betonowej, orientację i kształt.

typical fibers orientation a 4D histogram was proposed. Preliminary quantitative analysis showed that the fibers orientation along the beam exhibit an exponential distribution.

Generic statistical models that combine the method of casting, fibers and pores position and orientation with mechanical beam properties are the main subject of future research. As a preliminary step the image processing software allowing automatic fibers and air pores segmentation providing data on position, orientation and shape properties has to be developed.

## Literatura / References

- L. Ferrara, A. Meda, Relationships between fibre distribution, workability and the mechanical properties of SFRC applied to precast roof elements, *Materials and Structures* **39**, 411–420 (2006).
- S. T. Kang, B. Y. Lee, J.K. Kim, Y.Y. Kim, The effect of fibre distribution characteristics on the flexural strength of steel fibre-reinforced ultra high strength concrete, *Construction and Building Materials* **25**, 2450–2457 (2011).
- S. T. Kang, J.K. Kim, Investigation on the flexural behavior of UHPCC considering the effect of fiber orientation distribution, *Construction and Building Materials* **28**, 57–65 (2011).
- B. Boulekbache, M. Hamrat, M. Chemrouk, S. Amziane, Flowability of fibre-reinforced concrete and its effect on the mechanical properties of the material, *Construction and Building Materials* **24**, 1664–1671 (2010).
- S. T. Kang, J.K. Kim: The relation between fiber orientation and tensile behavior in an Ultra High Performance Fiber Reinforced Cementitious Composites (UHPFRCC), *Cement and Concrete Research* **41**, 1001–1014 (2011).
- T. Ponikiewski, Reologiczne i mechaniczne właściwości betonów samozagęszczalnych z włóknami stalowymi, *Cement Wapno Beton* **79**, 301 – 309 (2012).
- T. Ponikiewski, J. Gołaszewski, Wpływ lokalnego wypełniania formy mieszanką na wytrzymałość i rozmieszczenie włókien w małych elementach z fibrobetonu samozagęszczającego się, *Cement Wapno Beton* **80**, 91 – 99 (2013).
- T. Ponikiewski, J. Gołaszewski, Nowa metoda badania losowej dystrybucji włókien w wysokowartościowym betonie samozagęszczalnym, *Cement Wapno Beton* **79**, 165 – 176 (2012).
- N. Ozyurt, T. O. Mason, S. P. Shah, Non-destructive monitoring of fiber orientation using AC-IS: An industrial-scale application, *Cement and Concrete Research* **36**, 1653–1660 (2006).
- L. Martinie, N. Roussel, Simple tools for fiber orientation prediction in industrial practice, *Cement and Concrete Research* **41**, 993–1000 (2011).
- M.A.B. Promentilla, T. Sugiyama, K. Shimura, Three Dimensional Characterization of Air Void System in Cement Based Materials. 3rd ACF International Conference ACF/VCA 2008, 940–947 (2008).
- L. Ibáñez, W. Schroeder, L. Ng, J. Cates, The ITK Software Guide. Kitware, 2005. available: <http://www.itk.org/ItkSoftwareGuide.pdf>
- J. Greń, *Statystyka Matematyczna: Modele i Zadania*, PWN Publishing, 1982.